

Mathematics Project Competition (2025/26)				
數學專題習作比賽 (2025/26)				
Information Sheet 資料頁				
Category 參賽組別	☒ * A 組：初中習作 (Category A: Junior secondary project) ☐ * B 組：中一小型習作 (Category B: S1 mini-project)			
Title of Project 專題習作題目	體育中的數學建模探索與方法演進			
Name of School	CCC Fong Yun Wah Secondary School			
學校名稱	中華基督教會方潤華中學			
Teacher supervisor 負責教師	Name in English		中文姓名	
	Mr/Ms/D [#] Law Wai Yeung		羅暉揚 先生/女士/博士 [#]	
Team members 隊員	Name in English		中文姓名	Class 班別
	1	LIU TSZ YUEN	劉紫苑	3A
	2	SHEN YU HAN	沈語涵	3A
	3	CHAN CHUN FAI	陳振輝	3A
	4	CHEN PAK YUI PRAVY	陳柏睿	3A
	5	CUI WILLIAMS	崔世友	3A
	6	YE CHUN HEI	葉俊熙	3A

* Please “✓” whichever is appropriate. 請在適用部分加上“✓”

Please delete whichever is inappropriate. 請刪去不適用部分

報告標題：體育中的數學建模探索與方法演進

副標題：關於拉格朗日插值法、以二分法進行線性擬合與擬合度量化分析的數學專題研究

摘要：本報告始於探討如何以體重預測學生的手握力。我們從精確的拉格朗日插值法出發，因發現其過度擬合問題，轉而改為建立線性模型。在作出核心假設後，我們以二分法求取最適擬合直線的斜率的近似值，以得出預測手握力的線性模型。為量化模型的擬合度優劣，我們引入「平均擬合偏差」指標。應用這指標，可比較「體重-手握力」模型與「身高-手握力」模型的預測能力，從而探討體重與身高何者為更有效的手握力預測因子。最後我們把整套框架應用於分析其他與體育相關的公開數據。

內容

報告標題：體育中的數學建模探索與方法演進.....	2
第一章：緒論與問題背景	6
1.1 研究動機.....	6
1.2 問題定義.....	7
1.3 報告架構.....	7
第二章：數學基礎與初探——函數與拉格朗日插值法	9
2.1 函數的基本概念.....	9
2.2 拉格朗日插值法的理論與實踐.....	11
2.2.1 拉格朗日插值法.....	11
2.2.2 應用於體重-手握力數據	12
2.3 拉格朗日插值多項式作為預測函數的缺陷分析	14
2.3.1 優點及一般缺陷.....	14
2.3.2 致命缺陷：過度擬合.....	14
2.4 小結.....	15
第三章：數據觀察——線性關係的發現與模型的改進	16
3.1 資料視覺化與初步觀察.....	16
3.2 線性模型的提出.....	16
3.3 直線方程簡介.....	17
第四章：基於二分法的最適直線求解與擬合度量化.....	18
4.1 問題定義與挑戰.....	18
4.2 核心假設.....	19
4.3 核心假設下的最適直線演算法.....	19
4.4 應用於體重-手握力數據的實際操作.....	21
4.5 擬合度量化.....	24
4.5.1 定義平均擬合偏差.....	24

4.5.2 只比較最後一個迭代的殘差平方和的缺點	25
4.5.3 「相對誤差」帶來的啟發	25
4.5.4 「體重-手握力」模型的平均擬合偏差計算	26
4.6 總結模型	26
第五章：模型比較與延伸應用	28
5.1 手握力預測效果比較	28
5.1.1 建立「身高-手握力」模型	28
5.1.2 「身高-手握力」模型的平均擬合偏差	29
5.1.3 與「體重-手握力」模型的擬合優度比較	29
5.1.4 對比較結果的詮釋	30
5.1.5 結論	31
5.2 延伸運用：「奧運選手的體重-舉重總成績」模型	31
5.2.1 收集數據	31
5.2.2 最適直線建模	32
5.2.3 平均擬合偏差	33
5.2.4 結論及詮釋	33
第六章：結論、反思與展望	34
6.1 研究結論	34
結論 1：拉格朗日插值法的缺點	34
結論 2：線性預測函數的建立	34
結論 3：「平均擬合偏差」指標的定義及其實用性	34
6.2 方法回顧	35
6.3 學習反思	36
6.4 未來展望	37
參考資料	38
附錄	39

1.	3A 班 20 位學生的身高、體重及手握力數據.....	39
2.	「體重-手握力」模型的完整迭代過程（從左至右、上至下）	40
3.	「身高-手握力」模型的完整迭代過程（從左至右、上至下）	41
4.	「奧運選手的體重-舉重總成績」的完整迭代過程（從左至右、上至下）	42

第一章：緒論與問題背景

1.1 研究動機

本校學生在各類體育賽事與日常體能測試中表現突出，這引起了我們探索數學建模在體育領域的實際應用的興趣。

手握力作為評估人體上肢肌肉力量、整體健康狀況及運動表現的核心關鍵指標，其測量方法無需依賴複雜儀器，且測量時間短，使數據獲取過程便捷。在學生沒有接受專項訓練的前提下，手握力的個體差異似乎也較其他體能測試項目小。基於上述理由，我們認為手握力的預測較適合作為建模研究的切入點。

從直觀猜測，體重與肌力存在正相關，因此，本研究嘗試建立以學生的體重預測其手握力的數學模型，並研究如何量化模型的擬合優度，最後嘗試作延伸探討，為體育領域的數據分析提供簡易的數學方法示範。



[圖中為用來收集本次研究數據的電子手握力計]

1.2 問題定義

本研究的核心問題為：通過收集本校 3A 班學生（共 20 人）的體重、身高及手握力數據，構建以體重預測手握力的數學模型，並量化模型的擬合優度。

在解決核心問題的基礎上，本研究的延伸目標為：將探索所得的數學建模方法，應用於其他體育相關的資料分析中，包括：(1) 運用同樣方法為 3A 班學生的身高與手握力的關係建立數學模型、並透過比較兩個模型的擬合優度，判斷體重和身高何者是更有效的手握力預測因子；(2) 為巴黎奧運會舉重項目男子組運動員的體重與運動成績建立數學模型、並觀察其擬合優度，希望得出具啟發性的結論。

礙於篇幅所限，本報告僅從眾多延伸應用的可能性中選取以上兩項探討，以期收拋磚引玉之效。

第六章：結論、反思與展望

6.1 研究結論

透過最終研究，我們得出了以下三個結論。

結論 1：拉格朗日插值法的缺點

拉格朗日插值法雖能完美擬合數據點，但運算繁複、分數係數複雜、無法擬合體重相同但手握力不同的數據點，都是運用該插值法作為預測函數的缺陷。由過度擬合引致的龍格現象更是致命缺陷，使模型無法對手握力進行合理預測，因而喪失其實用價值。

結論 2：線性預測函數的建立

我們運用「鎖定平均點及二分法求斜率」建立線性模型。透過鎖定平均點，求解最適直線的斜率的近似值，得出能夠反映數據整體趨勢的線性模型。我們在本研究中求解了三個線性預測函數，分別為：

「體重-手握力」預測函數： $f(x) = 0.6171875x + 20.24992188$

「身高-手握力」預測函數： $f(x) = 1.015625x - 113.62125$

「奧運選手的體重-舉重總成績」的預測函數： $f(x) = 1.453125x + 240.1322917$

結論 3：「平均擬合偏差」指標的定義及其實用性

「平均擬合偏差」指標能夠客觀量化模型預測偏差與比較模型的解釋能力，為不同模型的優劣判斷提供標準化依據；同時，透過對偏差值的對比分析，可有效篩

選出更貼合數據規律的模型，幫助我們得出合理可靠的研究結論。以下有兩個例子：

(1) 在相同的建模方法和樣本條件下，分別建立以兩個體重和身高作為自變數的線性模型，計算後可以見到「體重-手握力」模型的平均擬合偏差比之於「身高-手握力」模型更少，說明前者擬合優度較高，體重與手握力之間的線性關係更穩定、更具代表性，藉此推論體重比身高為更有效的手握力預測因子。

(2) 在頂尖的奧運舉重選手之間，由於奧運選手其專項運動中的先天能力和後天訓練質素已接近人類巔峰，選手之間的體格和訓練量差異較小，所以選手的體重成為了舉重表現的一個決定性因素，我們為以上說法進行了驗證。在「奧運選手的體重-舉重總成績」模型中，平均擬合偏差的值很小（相較於 3A 班學生的兩個手握力預測模型），即模型的擬合優度很高，故此驗證了「奧運選手的體重對其舉重表現有關鍵影響」這符合直覺的推論。

6.2 方法回顧

本次研究主要運用的數學方法：假定預測函數為直線、建立核心假設、以二分法搜尋斜率、定義及計算平均擬合偏差。我們認為其優勢如下：

- (i) 以二分法搜尋斜率的準確性可接受。在多次試驗中明顯見到在第 7 至 8 次迭代往後，殘差平方和收窄進度理想；

(ii) 「平均擬合偏差」作為擬合度比較指標，不僅可量化、且易於計算和比較；

(iii) 不需使用高階數學。

其局限如下：

(i) 線性假設可能過於簡單，真實關係或為非線性；

(ii) 只能求出斜率的近似值，而非精確值；

(iii) 平均擬合偏差的最小值為 0，但未能求出是否有最大值。

6.3 學習反思

本次研究讓我們認識到數學建模的過程本身就是從「精確但不實用」到「近似但有效」的主動取捨。數學建模的終極目標是解決現實問題，而非盲目追求精確。

在研究初期，我們首先嘗試用拉格朗日插值法建構預測模型，從數學角度來看，拉格朗日插值法能夠透過已知樣本點建構出完全貼合的插值曲線，但預測效果偏離實際，不符預期。而「鎖定平均點及二分法求斜率」線性建模方法，雖存在一定的擬合偏差，但卻具備極強的穩定性及實用性。

可見追求絕對的精準完美，只會弄巧反拙。這個看似與哲學相關的命題，卻在本數學專題學習中得到充分體現。因為現實世界中永遠存在誤差，企圖運用一套絕對精準的系統來模擬一個存在誤差的世界，注定會迎來失敗。惟有容讓些微的誤差存在，才能捕捉現實世界中不同事物的真正關聯。

另外，在本次研究中，「體重比身高更能預測手握力」的結論，主要基於「平均擬合偏差」這一量化指標得出，這體現了量化指標在科學比較中的無可替代的重要性，讓兩個模型的優劣對比有了明確的依據、確保了研究結論的客觀性和嚴謹性。在實證比較中，為本次研究的結論提供了支撐。

本次研究讓我們全面認識到數學在不同層面的廣泛應用，不僅侷限於學術研究，更滲透在生活、健康、體育等多個領域，充分體現了數學的實用價值與廣泛適用性，同時踐行了本校學生堅毅鑽研、探索求真的精神。

6.4 未來展望

本研究仍存在諸多個可拓展的方向，後續研究可從以下方面展開：第一，學習建構同時包含體重、身高的多元模型，並使用正規微積分方法求解；第二，探索非線性模型的可能性並發展相應的擬合度比較指標，如運用高次多項式擬合；第三，擴大樣本範圍，在更大更多樣化的樣本中驗證本專題中所使用的演算法的普遍適用性。

參考資料

Cosgun, A., Nies, J. (2022). *Exploring Runge's phenomenon*. 取自

<https://math.uni.lu/eml/assets/reports/2022/runge.pdf>

Weisstein, E. W. (n.d.) *Least Squares Fitting*. From MathWorld--A Wolfram

Resource. 取自 <https://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFitting.html>

Xu, T., Li, X., Wang, D., Zhang, Y., Zhang, Q., Yan, J., Jiang, J., Liu, W., & Chen, J.

(2023). *Hand grip strength should be normalized by weight not height for*

eliminating the influence of individual differences: Findings from a cross-

sectional study of 1,511 healthy undergraduates. *Frontiers in Nutrition*, 9,

1063939. 取自 <https://doi.org/10.3389/fnut.2022.1063939>

王志新、孔富賢、尹鋈鴻、王錦榮、區志光、林振龍（2023）。*牛津數新世代—*

單元二：代數與微積分 (M2A)。香港：牛津大學出版社。

何美芬、洪進華、廖詠琪（2021）。*中學數學新思維第二版（中一至中三）(2B)*

香港：教育出版社。

楊家漢、陳國璋、李家儀、程永健、呂文傑、麥俊豪（2023）。*香港中學文憑活*

用數學（第二版）(4A)。香港：聯合培進育出版社。