

Mathematics Project Competition (2023/24)  
 數學專題習作比賽 (2023/24)  
 Information Sheet 資料頁

Category 參賽組別	<input type="checkbox"/> * A 組: 初中習作 (Category A: Junior secondary project) <input checked="" type="checkbox"/> * B 組: 中一小型習作 (Category B: S1 mini-project)			
Title of Project 專題習作題目	利用數學建模決定應該拉箱子還是推箱子			
Name of School	Pui Kiu College			
學校名稱	培僑書院			
Team members 隊員		Name in English	中文姓名	Class 班別
	1	ZHANG Zirong	張子容	7B
	2	OA-YANG Yee Ching	歐陽義政	7B
	3	CHAN Yik Hong	陳奕匡	7W
	4			
	5			
	6			

# 利用數學建模決定應該 拉箱子還是推箱子



# 目錄

1. 問題的提出和基本分析 .....	3
1.1 提出問題.....	3
1.2 問題分析.....	3
1.3 受力分析.....	3
1.3.1 拉箱子時的受力分析.....	3
1.3.2 推箱子時的受力分析.....	4
1.3.3 小結.....	5
2. 推力和拉力的數學分析.....	6
2.1 拉力 .....	6
2.2 推力 .....	6
2.3 小結 .....	7
3. 問題的延伸——最優拉動角 $\alpha_0$ 的求解.....	7
4. 生活中的用途 .....	8
5. 總結.....	10
6. 個人反思.....	10
7. 參考文獻.....	11

# 1 問題的提出和基本分析

## 1.1 提出問題

生活中，我們經常看見那些拉箱子和推箱子的人，有快遞員，有搬家的人，等等。但究竟是拉箱子省力還是推箱子省力呢？怎麼推或拉更省力呢？下面，我們將就此為中心展開研討。

## 1.2 問題分析

考慮到實際情況的複雜性，為方便研究，本文做如下假設：

- 1 箱子在水準路面，做勻速直綫運動；
- 2 在箱子運動過程中，不考慮箱子傾斜或翻倒的情況；
- 3 推力，拉力，摩擦力等力，都視為直接作用在箱子質心上的力；
- 4 重力加速度 $g$ 取值 $9.8 \text{ ms}^{-2}$ ；
- 5 箱子與地面之間的摩擦力屬於滑動摩擦，且摩擦係數 $\mu$ 不變；
- 6 箱子的高度低於人的肩膀。

## 1.3 受力分析

### 1.3.1 拉箱子時的受力分析

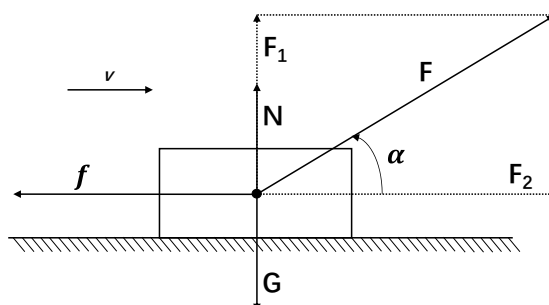


圖 1 拉箱子時的受力分析圖

如圖 1 所示，拉箱子的時候，箱子會受到四個力的同時作用：

- 1 向下的重力  $G = mg$
- 2 地面對箱子向上的支撐力  $N$
- 3 與水準方向夾角為  $\alpha$  的拉力  $F$
- 4 與物體運動方向相反的摩擦力  $f$

其中  $F$  可以由向量的平行四邊形法則<sup>[1]</sup> 分解成水準向前的拉力  $F_2$  和垂直向上的力  $F_1$ ，且  $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ ；摩擦力  $f = \mu \cdot N$ <sup>[2]</sup>。

### 1.3.2 推箱子時的受力分析

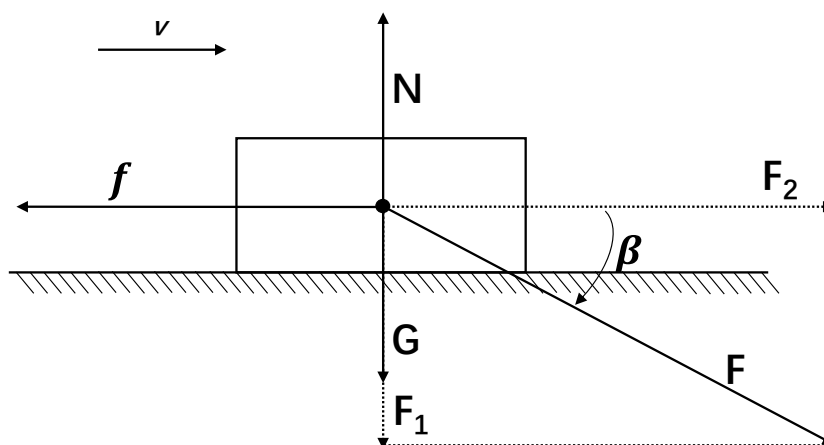


圖 2 推箱子時的受力分析圖

如圖 2 所示，推箱子時，箱子亦會受到四個力的同時作用：

- 1 向下的重力  $G = mg$
- 2 地面向上的支撐力  $N$
- 3 與水準方向夾角為  $\beta$  的推力  $F$
- 4 與物體運動方向相反的摩擦力  $f$

其中  $F$  可以由向量的平行四邊形法則分解成水準向前的拉力  $F_2$  和垂直向下的力  $F_1$ ，且  $0^\circ \leq \beta < 90^\circ$ ；摩擦力  $f = \mu \cdot N$ 。

## 5 總結

綜上所述，我們在適當的簡化條件下，對拉箱子和推箱子兩種情況進行了力學分析和演算，得出以下結論：

- 1 拉箱子比推箱子更省力。
- 2 當拉動角 $\alpha_0$ 滿足 $\tan \alpha_0 = \mu$ 時，拉箱子用力最少。
- 3 以最優拉動角拉動，可有效節省力氣。

需要指出的是，我們仍然經常看到人們使用帶輪拖車搬運箱子時使用推的方式。這是因為拖車有輪子，因此箱子連同拖車構成的整體與地面之間的摩擦屬於滾動摩擦，滾動摩擦的摩擦係數遠小於滑動摩擦，這使得推或拉造成的力的差異減小。此時力的大小不再是主要的影響因素，而運動的靈活可控性將成為主要考慮因素。由於涉及到曲綫運動，將在未來的研究中予以討論。

## 7 參考文獻

- 【1】 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%B7%A8%E5%8A%9B>
- 【2】 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%91%A9%E6%93%A6%E5%8A%9B>
- 【3】 [https://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s\\_laws\\_of\\_motion](https://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s_laws_of_motion)
- 【4】 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%B8%89%E8%A7%92%E6%81%92%E7%AD%89%E5%BC%8F#%E8%A7%92%E7%9A%84%E5%92%8C%E5%B7%AE%E6%81%92%E7%AD%89%E5%BC%8F>