

Mathematics Project Competition (2023/24)

數學專題習作比賽 (2023/24)

Information Sheet 資料頁

| | | | | |
|----------------------------|--|-----------------|------|----------|
| Category 參賽組別 | <input type="checkbox"/> * A 組：初中習作 (Category A: Junior secondary project) <input checked="" type="checkbox"/> * B 組：中一小型習作 (Category B: S1 mini-project) | | | |
| Title of Project 專題習作題目 | 淺談彈波機遊戲的得獎概率 | | | |
| Name of School | CCC Fong Yun Wah Secondary School | | | |
| 學校名稱 | 中華基督教會方潤華中學 | | | |
| Team members 隊員 | | Name in English | 中文姓名 | Class 班別 |
| | 1 | CHAN Shadow | 陳心柔 | 3A |
| | 2 | LOK Yui-hei | 駱銳熙 | 3A |
| | 3 | CHAN Tsz-yin | 陳梓賢 | 3A |
| | 4 | CHENG Hiu-lam | 鄭曉琳 | 3A |
| | 5 | HUEN Wing-yin | 禰穎然 | 3A |
| | 6 | / | / | / |

目錄

| | |
|--------------------------|----|
| 壹、研究動機..... | 3 |
| 1.1 日常觀察..... | 3 |
| 1.2 與數學課程的關聯..... | 3 |
| 1.3 與文憑試試題的關聯..... | 4 |
| 貳、解題所需的數學概念..... | 4 |
| 2.1 基礎概率..... | 4 |
| 2.2 期望值..... | 4 |
| 2.3 階乘..... | 5 |
| 2.4 乘法原理與加法原理..... | 5 |
| 參、彈波機難題..... | 6 |
| 3.1 情景..... | 6 |
| 3.2 解題..... | 7 |
| 3.2.1 「四連直」..... | 7 |
| 3.2.2 「四連橫」..... | 9 |
| 3.2.3 「五連直」..... | 11 |
| 3.2.4 「五連橫」..... | 11 |
| 3.2.5 「左三右二」或「左二右三」..... | 12 |
| 3.2.6 「二一二」..... | 13 |
| 3.2.7 期望值..... | 15 |
| 3.3 計算結果彙整..... | 17 |
| 肆、延伸討論..... | 18 |
| 伍、結語..... | 18 |
| 陸、參考資料..... | 19 |

參、彈波機難題

3.1 情景

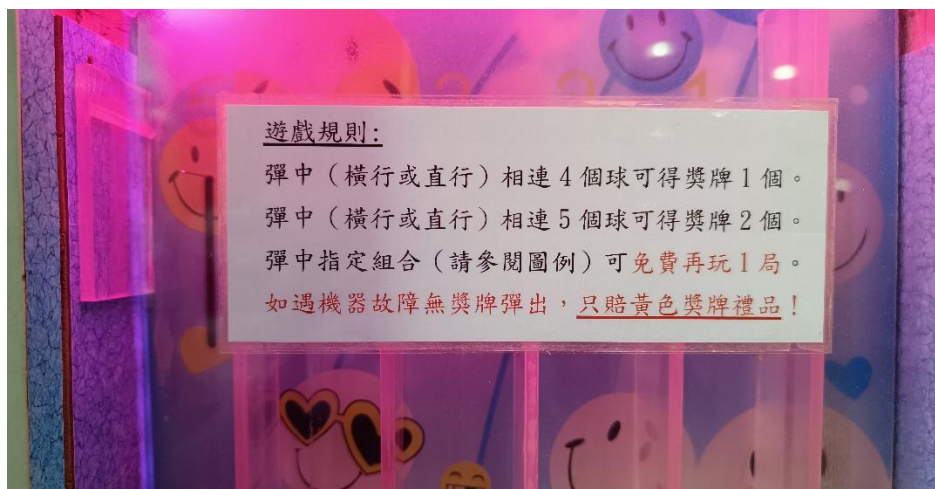


圖 2



圖 3

上圖（圖 2 及圖 3）攝於香港某文具店，彈波機遊戲每局收費一元。圖中可見某彈波機遊戲的得獎規則。

在發射 5 個乒乓球後，如乒乓球排列出各特定樣式，就可獲得不同的獎勵。特定樣式包括：

- (1) 「四連直」：指四個球落在同一個直行內
- (2) 「四連橫」：指四個球若在四個連續的不同的方格內
- (3) 「五連直」：指五個球落在同一個直行內
- (4) 「五連橫」：指五個球落在五個不同的直行內
- (5) 「左三右二」或「左二右三」：指三顆球在最左邊，兩顆球在最右邊；或兩顆球在最左邊，三顆球在最右邊。
- (6) 「二一二」：指最左及最右直行各兩個球，中間（第三）直行一個球。

如排列出樣式(1)或(2)，可獲獎牌一個；如排列出樣式(3)或(4)，可獲獎牌兩個；如排列出樣式(5)或(6)，可免費多玩一局。玩家可憑獎牌向商家換取禮品。

3.2 解題

掌握「貳」所提及的數學知識，我們便可以開始解題。

下文解題內容的前設為：乒乓球落入全部直行的概率均等。

以下我們逐一考慮以上 6 個特定樣式的組成概率。

3.2.1 「四連直」

首先，我們可以先計算可以有多少種組成四連直的樣式。

伍、結語

在假設乒乓球落入每一個直行的概率是相等的情況下，我們嘗試運用相對淺白的數學技巧算出獲得獎牌的概率。最後算出乒乓球形成各種特殊排列的概率，從而得出在每約 3.7 次的遊戲中，玩家就能獲得一個獎牌。

假設計算結果貼近現實情況，當商家準備以獎牌換領的禮品時，應注意價值與一個獎牌同等的禮品的成本不能超過 3.7 元，否則當人次增加，商家很有可能虧損；當然禮品成本也不能遠低於 3.7 元，否則難以吸引玩家。

筆者希望通過本論文向一眾同學展現數學的實用性，並鼓勵同學研習數學、實踐探索求真的精神。

陸、參考資料

何美芬、洪進華、廖詠琪 (2020 年)。中學數學新思維第二版 (中一至中三)。教育出版社。

梁貫成、王志新、孔富賢、尹鏊鴻、黃德華、丁偉良、岑詩韻(2019 年)。新世代數學 (第二版)。牛津大學出版社。