

**Mathematics Project Competition (2023/24)**

**數學專題習作比賽 (2023/24)**

**Information Sheet 資料頁**

<b>Category</b> 參賽組別	<input checked="" type="checkbox"/> * A 組：初中習作 (Category A: Junior secondary project) <input type="checkbox"/> * B 組：中一小型習作 (Category B: S1 mini-project)			
<b>Title of Project</b> 專題習作題目	切開有條路			
<b>Name of School</b>	Lung Kong World Federation School Limited Lau Wong Fat Secondary School			
<b>學校名稱</b>	世界龍岡學校劉皇發中學			
<b>Team members</b> 隊員	<b>Name in English</b>		中文姓名	Class 班別
	1	ALI AYESHA	李佳欣	3A
	2	CHUI SUM WUN	徐芯媛	3A
	3	LAM YUK SHAN	林鈺珊	3A
	4	MAK HIU LAM	麥曉藍	3A
	5	LEUNG WAI KI	梁瑋淇	3A
	6			

## 研習背景

中三下學期教授四邊形時，其中一組員嘗試將他們切割。數一下對角線切割所得的區域數目，看似沒有規律。但在組員研究下，發現多階差分後竟然一樣。為此，我們進行研習，得出此報告。

## 假設

在開始專題研習報告前，我們假設  $n$  邊形沒有任何三條或以上對角線共點，及為凸  $n$  邊形，否則需考慮的情況過於複雜。

## 定義

差分，指將數列中的後項減去前項所得的數列 ( $\Delta^0$ )。該所得的新數列稱為一階差分。一階差分( $\Delta^1$ )的差分為二階差分( $\Delta^2$ )，二階差分的差分為三階差分( $\Delta^3$ )，如此類推。參看附錄，我們以多邊形的所有對角線分割了四至九邊形。經過一番統計，我們發現以下規律：

$n$	$\Delta^0$	$\Delta^1$	$\Delta^2$	$\Delta^3$	$\Delta^4$
1	0				
2	0	0			
3	1	1	1		
4	4	3	2	1	
5	11	7	4	2	1
6	25	14	7	3	1
7	50	25	11	4	1
8	91	41	16	5	1
9	154	63	22	6	1

當  $n = 1$  或  $2$  時，由於未能形成  $n$  邊形，故區域數目為  $0$ 。當  $n = 3$ ，即三角形，區域數目為  $1$ 。

## **結論**

我們先從項的規律找出多邊形對角線切割所得的區域數目，再能從幾何角度探究該數列背後的原因，結果都相符。所需的數學原理雖然屬高中課程，但用法並沒有想像中困難，而且當中牽涉不少觀察及基本但繁瑣的計算。這過程令組員們甚有得著。