

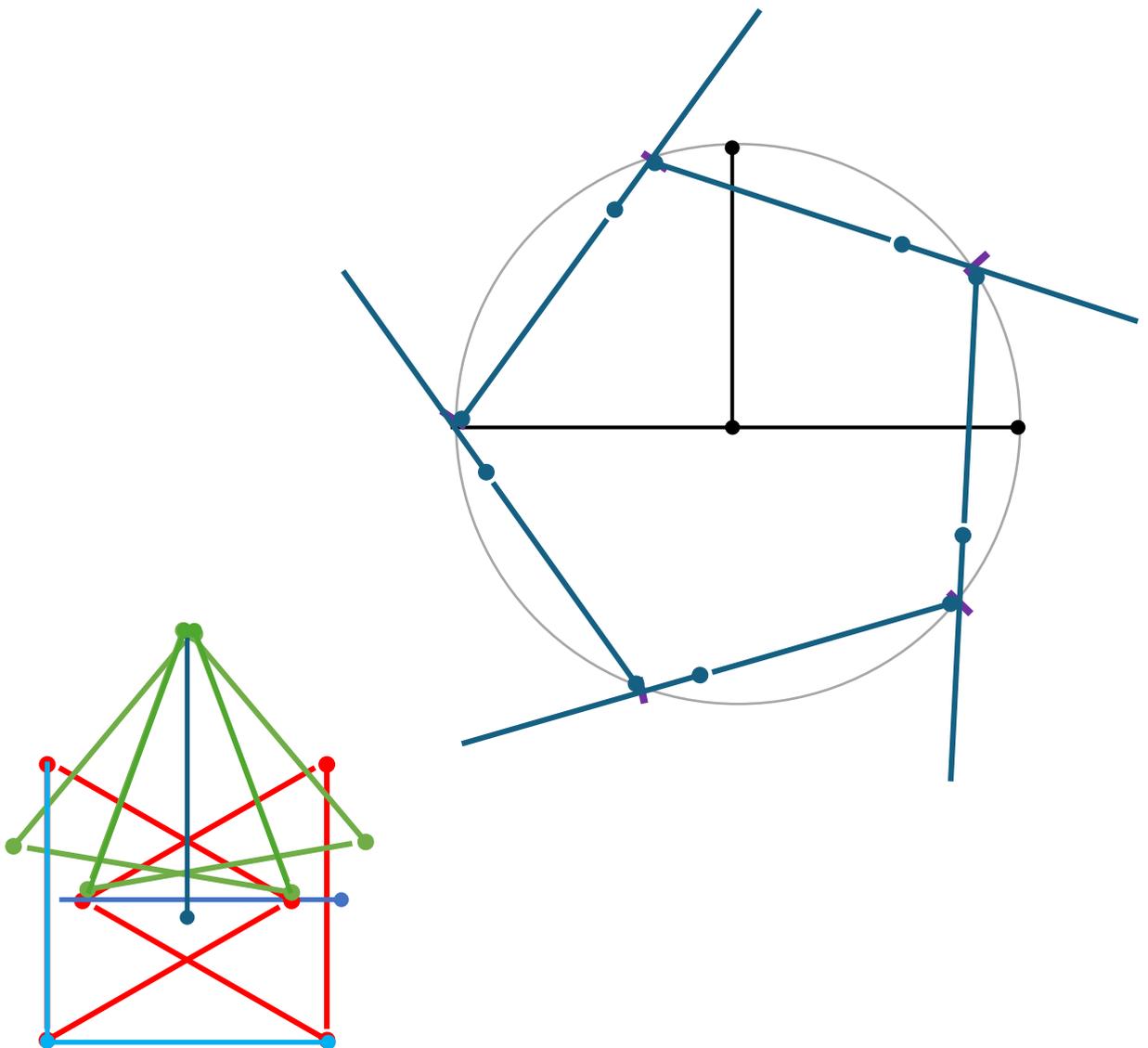
Mathematics Project Competition (2023/24)

數學專題習作比賽 (2023/24)

Information Sheet 資料頁

Category 參賽組別	<input checked="" type="checkbox"/> * A 組：初中習作 (Category A: Junior secondary project) <input type="checkbox"/> * B 組：中一小型習作 (Category B: S1 mini-project)			
Title of Project 專題習作題目	火柴幾何的多邊形問題			
Name of School	WONG SHIU CHI SECONDARY SCHOOL			
學校名稱	王肇枝中學			
Team members 隊員		Name in English	中文姓名	Class 班別
	1	CHAN CHUN YIN	陳俊彥	2A
	2	CHUNG SHEUNG CHI	鍾尚志	2A
	3	KWOK SZE NOK JOSIAH	郭施諾	2A
	4	LAM CHI KWO	林之歌	2A
	5	WONG LOK CHI	黃樂知	2A
	6	TING HAU YAU	丁巧游	2D

# 火柴幾何的多邊形問題



## 目錄

章節	內容	頁數
一·	引言：習作撮要	4
二·	簡介	4
三·	研習流程	5
四·	所需的數學知識	6
五·	火柴作圖基本規則	8
六·	基本火柴幾何作圖	11
七·	多邊形的火柴作圖	26
八	總結	72
九·	感想	73
十·	參考資料	74

## 第一章 引言：習作撮要

本研習是以火柴代替圓規來作圖的延伸。我們以之前所學的簡單幾何作圖為基礎，回顧如何利用火柴進行基本幾何作圖；之後我們作延伸探究：利用這些火柴基本幾何作圖原理建構各種多邊形，火柴也可以做出圓規做到的事。

## 第二章 簡介

在上課的時候，我們得知可以用圓規做一些幾何作圖，例如垂直平分線（perpendicular bisector）、角平分線（angle bisector）、複製角（copying angles）、複製線（copying lines）等等；另一邊廂，「火柴遊戲」也是我們經常玩的，例如用火柴拼出大大小小的圖形、移動一兩根火柴可變成其他形狀等等。

我們在一篇文章（Match-Stick Geometry）中發現我們可以用火柴代替圓規：當中制定使用火柴構圖的規則，便可以用火柴代替圓規製作上述的基本幾何作圖；同時我們亦曾拜讀師兄師姐們的專題舊作（Match'ing Compass），看到比較分別用圓規和火柴，對相同幾何圖形的作圖方法（即是如何用火柴拼出圓規的作圖），進一步了解了火柴的幾何作圖方法，並理解其相關證明（圓規作圖有相關證明，火柴拼圖同樣可以證明）。

當我們對火柴基本幾何作圖方法有充分的理解和掌握後，我們決定作進一步的延伸探究：以舊作的火柴基本幾何作圖為基礎，嘗試以火柴「準確」地（即建構上有其依據並非純粹靠估計），根據幾何原則製作各種多邊形。「準確」一詞亦包括了正多邊形，或者有準確角度的多邊形，而不是只是把火柴圍成一個圖形便可以；初期我們製作一些較「簡單」的多邊形：通常這類圖形單靠火柴左砌右砌便能完成，如邊數為 3、4、6、8 的多邊形。所謂「簡單」，通常這些多邊形都有明顯的特點：例如有整數的內角，而這些角是用圓規或火柴均能建構的，代表了其多邊形同樣可以用火柴併砌出來，我們研習和找出建構這些多邊形的步驟。

我們利用火柴製作各多邊形時，初期會只以火柴從之前學會的基礎方法去併多邊形；然而有小部分多邊形（只計算本研習的接觸範圍），連用圓規作圖都有一些難度（例如沒有內角或圓心角比較特別甚至沒有準確值），我們將會嘗試想出，能否／如何結合其他方法去輔助火柴來拼出這些多邊形，而又仍然符合之前所述的火柴作幾何圖的基隆規則。

本研習報告裡，記載了我們整理和研究出來的各種多邊形的火柴建構過程。

## 第八章 總結

我們用以下的火柴幾何作圖為基礎：

幾何結構	最少搭建等邊三角形數目
延長線	3
角平分線（ $120^\circ$ 以下）	2
角平分線（ $61^\circ - 119^\circ$ ）	2
角平分線（ $60^\circ$ ）	5
簡單平行線圖形	3
平行線（簡單平行線圖形以外）	8
垂直線（無需外推）	2
垂直線（需外推）	10
垂直平分線	2
連繫兩點（超過一根火柴長度）	4

我們也成功用火柴建構出下列各正多邊形：

（以下多邊形均需要建構等邊三角形，因此等邊三角形的建構不計算在內）

邊的數目	名稱	最少所需的火柴幾何作圖技術
3	等邊三角形	沒有
	等腰三角形	沒有
	直角三角形	垂直線、找中點、延長線、平行線
4	菱形	沒有
	平行四邊形	沒有
	梯形	延長線
	正方形	垂直線
	長方形	垂直線、延長線
6	正六邊形	沒有
	六邊形 （由正方形開始）	垂直線
8	正八邊形	角平分線
	八邊形（中間為正方形）	垂直線、找中點、延長線
5	正五邊形	垂直線、找中點、複製線段、延長線
	八邊形（由正方形開始）	垂直線
7	正七邊形	垂直平分線、複製線段、延長線

## 第十章 參考資料

1. Match'ing Compass (2007-2008 中學數學專題研習比賽作品)
2. Wells, D. The Penguin Dictionary of Curious and Interesting Geometry. London: Penguin, p. 149, 1991.
3. "Match-Stick Geometry": T. R. Dawson, The Mathematical Gazette, Vol. 23, No. 254. (May 1939), pp. 161-168.
4. K. H. Yeung, C. M. Yeung, Y. F. Kwok, H. Y. Cheung, Junior Secondary Mathematics in Action 2B (2021 Edition), Chapter 10 and 12, Pearson: 2021
5. K. H. Yeung, C. M. Yeung, Y. F. Kwok, H. Y. Cheung, Junior Secondary Mathematics in Action 2A (2021 Edition), Chapter 4 and 5, Pearson: 2021
6. K. H. Yeung, C. M. Yeung, Y. F. Kwok, H. Y. Cheung, Junior Secondary Mathematics in Action 3A (2022 Edition), Chapter 5, Pearson: 2022
7. K. H. Yeung, C. M. Yeung, Y. F. Kwok, H. Y. Cheung, Junior Secondary Mathematics in Action 3B (2022 Edition), Chapter 10, Pearson: 2022
8. G.H. Hughes, "The Polygons of Albrecht Dürer-1525, The Regular Heptagon"
9. 七邊形：<https://zh-tw.ac-illust.com/clip-art/24806341/%E4%B8%83%E9%82%8A%E5%BD%A2-%E9%BB%91%E8%89%B2->
10. 尺規作圖正多邊形：<http://www.mathland.idv.tw/fun/rn.htm>
11. 五邊形：<https://kexue.fm/attachment/1552/>
12. Matchstick geometry：<https://www.tes.com/teaching-resource/matchstick-geometry-11423571>