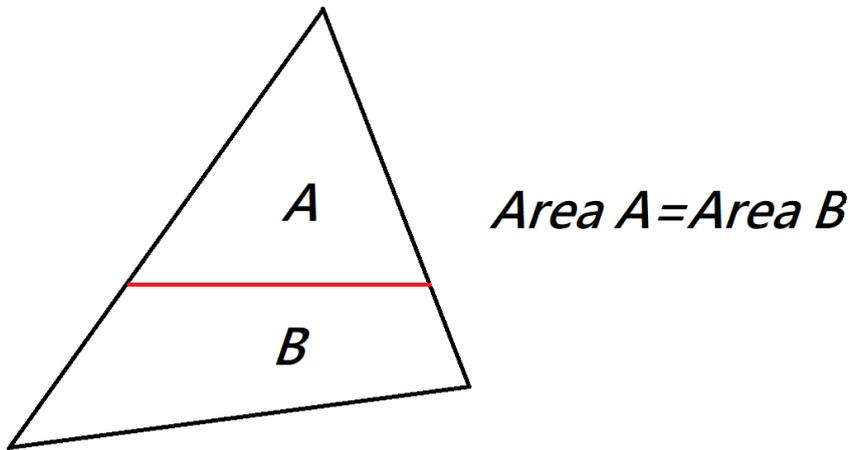


面積平分線



目錄

| | |
|-----------------|----|
| 三角形的中線..... | 3 |
| 比較面積平分線的長度..... | 6 |
| 最短的面積平分線..... | 11 |
| 比最短更短..... | 18 |
| 參考..... | 21 |

三角形的中線

假設有一個三角形 ABC ， D 為 BC 的中點， $\triangle ABC$ 的中線 AD 平分 $\triangle ABC$ 的面積。換句話說， $\triangle ABD$ 的面積是 $\triangle ABC$ 的面積的一半。若把線段 AD 的其中一個端點 A 從原來的位置沿 AB 稍稍的移動至 A' ，則 $\triangle A'BD$ 的面積會比 $\triangle ABD$ 的面積略小，若把線段 $A'D$ 的端點 D 沿 BC 往 C 的方向稍稍移動至 D' ，則 $\triangle A'BD'$ 的面積比 $\triangle A'BD$ 的面積略大。不難想像，小心控制 A 及 D 的移動幅度，我們可以使 $\triangle A'BD'$ 的面積與 $\triangle ABD$ 的面積相等，亦即是線段 $A'D'$ 平分了 $\triangle ABC$ 的面積。我們可以得出無限條平分 $\triangle ABC$ 的面積的線段，簡稱為 $\triangle ABC$ 的面積平分線。事實上，若把 A 移到 AB 的中點 F ，把 D 移到 C ，得到的線段 CF 也是 $\triangle ABC$ 的一條中線，亦即是它的另一條面積平分線（圖 1）。

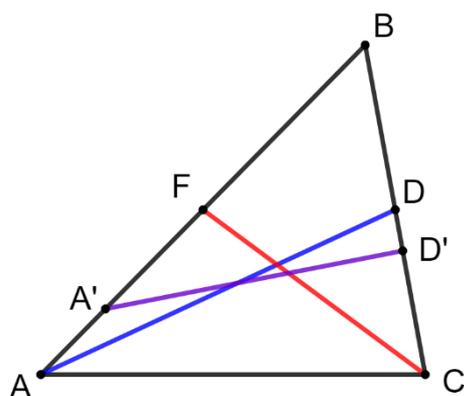


圖 1

我們希望可以找到三角形最短的面積平分線。首先，我們將比較兩條中線 AD 和 CF 的長度。這裡假設 $AB > BC$ ，根據中線定理， FD 平行於 AC ，因此 $ACDF$ 是一個不等腰梯形，我們可以根據以下定理推導出 $CF < AD$ 。

參考

- [1] D. E. Joyce, “Proposition 18,” 1996. [線上]. Available:
<http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/elements/book1/prop18.html>.
- [2] G. Pólya, Mathematics and Plausible Reasoning Volume I: Induction and analogy in mathematics, Princeton University Press, 1954, pp. 185,271.
- [3] G.波利亞, 數學與猜想 第一卷 數學中的歸納和類比 (中譯本), 科學出版社, 1991, p. 301.