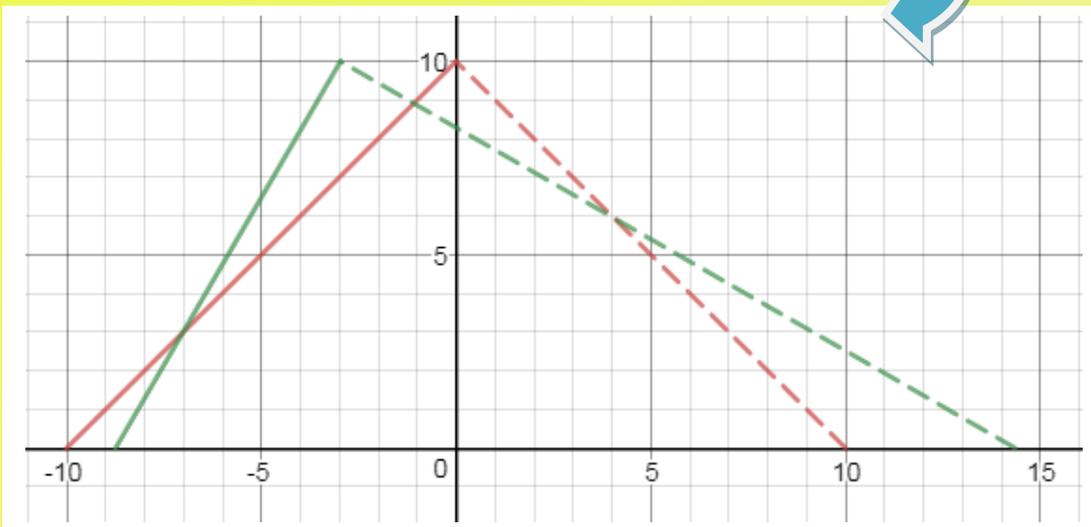
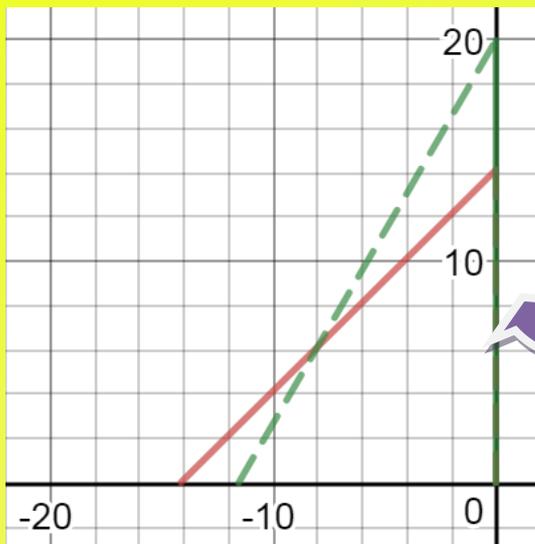


WONG SHIU CHI SECONDARY SCHOOL

王肇枝中學

三角「大」戰



組員名單：

POON WING YU

TSANG HOI YI

WONG PUI LUN

LAW MING YUET

WUN SZE CHING

YIU CHEUK LAM

潘詠茹

曾凱兒

黃沛燐

羅明悅

尹思程

姚卓琳

2A

2A

2A

2E

2E

2E

王肇枝中學

數學科專題研習報告

2017-2018

三角「大」戰

組員名單：

潘詠茹	POON WING YU	2A
曾凱兒	TSANG HOI YI	2A
黃沛燐	WONG PUI LUN	2A
羅明悅	LAW MING YUET	2E
尹思程	WUN SZE CHING	2E
姚卓琳	YIU CHEUK LAM	2E

領隊老師： 潘卓華老師 (PCW)

目錄

章節	內容	頁數
1.	引言	6
2.	簡介	7
3.	研習流程	8
4.	所應用的數學原理	10
5.	三角尺的特性	17
6.	從不同方式擺放及移動三角尺之重疊面積變化及其最大面積	25
6.1	當兩個三角尺的等邊同時豎起時	25
6.2	當兩個三角尺的斜邊同時豎起時	46
6.3	當等邊直角三角尺的直角在水平線上時	101
6.4	當等邊直角三角尺的斜邊在水平線上時	176
7.	其他不被考慮的擺放方法	213
8.	總結	216
9.	組員感想	220
10.	參考資料	222

第1章 引言

我們手上有一套兩件的三角尺，這兩個三角尺本身是有一定的關係。如果我們把這兩件三角尺重疊起來，那這重疊的面積該如何找出來？在不同的移動情況和過程下，重疊面積的變化又是如何的？每個情況下，當我們把其中一把三角尺固定，另一把則水平地移動，那會重疊到甚麼位置，才可得到最大重疊面積？那個位置又該如何推算和表達出來？又在綜合不同情況下，哪個情況的最大重疊面積中的最大？我們會在這個研習中逐一探究並找出答案。

第 2 章 簡介

一套兩件的三角尺，眾所周知他們都是直角三角形，其中一個更是等腰三角形，另外一個亦是有特定角度的。最重要的特性：這兩個三角形中有一組邊（不是對應邊），是相等的。整個研習是由一篇文章開始：兩個三角尺疊起來，那兩個三角尺重疊的部分是如何弄出來的？重疊部分是甚麼樣子（圖形）？重疊面積面積該如何計算？三角尺的移出移入，重疊的樣子和面積變化是怎樣的？本身文章是用三角學（包括三角關係式）的方法去求得，然而這些三角關係式，對我們這些只學過簡單三角比的中二學生來說，未免過於抽象；即使能勉強理解其算式，若換了其他重疊方式就無法入手作計算。

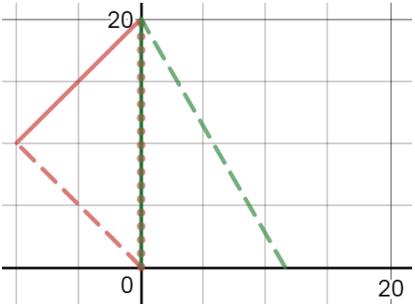
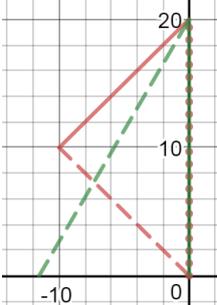
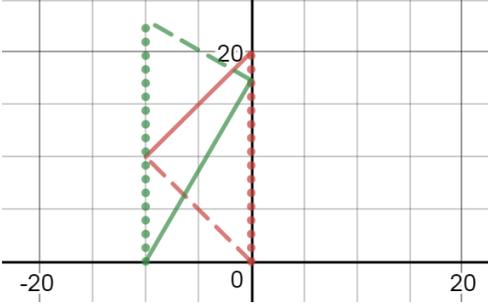
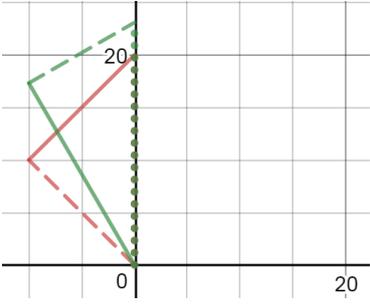
經過老師提點之下，我們轉用另一方法：利用座標幾何的方法，如此一來，所有三角尺的邊轉換成座標系統中的直線——因為三角尺的角度就只有那幾個，長度高度亦是固定的，所以相關斜率及 Y 截距（Y-intercept）亦只不過來來去去那幾個數值，因此這些直線的方程相當容易便可計算出來。當三角形重疊的時候，那麼這些座標上的直線（邊）就會相交，那些相交點是兩條相關方程的共同解，剛好我們學會如何用代數來求得這些解，當找到所有相交點的時候，那面積就變得不難計算了（因中一學過相關知識）。不同的重疊方式會使相交點的解有所不同，更甚至連重疊出來的圖形也不同，因此面積計算方式亦會有所不同。

於是，我們可利用座標幾何的方法，找出不同情況下，三角尺的擺放和重疊方式所得出的方程組，找出相關的相交點，從而找出重疊面積，而且更可通過線的移位找出最大面積是如何重疊出來，以及整個重疊面積的變化。

之後更進一步找出在哪個情況下，可得出最大面積中的最大。

第 8 章 總結

各個三角尺擺放方式可得出的最大面積：

方式	最大面積
	64.56
	73.205
	64.44
	73.21

第9章 組員感想

2A 潘詠茹

這次的研習，令我有機會與同學及老師，一起討論不同而互相關連的數學課題，當然令我增長了不少知識之餘，更對數學更加認識，更從中了解原來一條數學問題可以跨課題至這種地步。此外，我更從中學會團隊合作的重要性。首先，這個研習的內容有部分對我們一開始來說是非常的陌生的，但幸好有老師的循循善誘，教授我們數學知識和解決問題的方法。令我們對研究的兩個三角尺瞭解得更深入。而且，除了勞苦功高的負責老師外，同學之間也會一起探討計算方法。當我遇到難題的時候，同學們都會義不容辭地幫助我或是一起探討答案。這是一個人研究不會嘗到的。今次真的十分榮幸能與同學及老師一起探討數學。

2A 曾凱兒

在這次專題研習中，計算三角尺的重疊面積原本是件不容易的事情，因為形狀、角度都不是我們平時面對的，不是簡單幾何學和三角學可以處理的問題。結果，我學會了用可以把三角尺的邊，轉換成座標幾何來處理，一下子就變成代數（解方程）的問題，我們要學的，變成是線性方程，一元二次函數等代數課題。雖然過程中仍然遇到不少難題和不明白的地方，但得到老師和組員悉心的教導，最終也能順利完成，這也令我明白組員之間互相幫助的重要，這次專題研習亦令我知道原來三角和幾何題目都能以代數方法或者圖解的方法來解決。起初我認為這個專題研習一定非常無聊，但過程中慢慢發現其實也蠻有趣的。

2A 黃沛燐

數學專題報告，讓我學習了很多東西，當我還沒有參加這個數學專題報告時，我認為三角尺只是一個量度角的工具，不知道有其它用途，直到我參加了這個數學專題報告，我才發現三角尺有一定的特性，而它們更可組成多種重疊面積，我發現其實生活中有很多微不足道的事情，看似十分簡單，或很平凡，卻有很多有趣的事情，發現其中無窮樂趣，我忽然發現我們可以在學習的知識舉一反三，在生活中多作練習，便可以把自己的知識昇華至另外一個階級，當遇到問題時，問題也會迎刃而解，在參加這個數學專題報告途中，我們運用了不少電腦程式去幫助自己，我明白到我們應在有須要的情況下靈活運用互聯網。

2E 羅明悅

我會參加這個專題研習比賽，是因為同學邀請而加入的。本身我對數學都有一定的興趣，所以我便懷著輕鬆的心情參加。怎知，這些數的題目和相關課題都是我一竅不通的，我們也都十分擔心能否完成報告。但經過老師很悉心地教導我們和同學們互相幫助，又經過方法上的一些轉變，使我們不但應用到學過的數學，就算需要學習的新課題都不至於太過深奧難明，不但自覺有足夠的能力完成計算，互補不足這樣令我對這個項目有更深一層的認識。其實我一開始也有後悔過參加這項活動，因為涉及的數學實在有些難度，但完成後卻發現學到不少新課題、和跨課題的數學方法，高興之餘，還很有成功感。因此，我十分感謝學校給我這次獲益良多的機會。

2E 尹思程

在本次研習中，我獲益良多。在研習的最初，老師向我們說明了，並要我們驗算一些三角尺的特性，和各種不同的擺法導致的不同重疊圖案。這讓我大開眼界，了解到原來平平無奇的三角尺也可以玩弄的如此花巧，把我學會的學更深入。然後在計算的時候，我一開始以為是一件很簡單的事情，做起來卻遇到重重困難。我發現在找每重疊三角尺的邊（線）和交點的時候，其實都很難，更不用說之後還要涉及橫移及計算面積，幸好得到老師的幫助才能稍為解困，總算能以適當方向推算下去，而且學會如何把知識使用得更靈活。之後在計算過後才發現自己還是做錯了許多，我仔細的檢查和改正，才驚覺許多都是不小心而導致的，這都不過是自己平日常犯的錯誤，只不過平日作業未算太深，亦甚少處理這類規模的問題，才一直不太正視，這正好警惕自己以後得加倍小心，以免再犯同樣的錯誤。

2E 姚卓琳

經過這次的專題研習，我認識到三角尺的另一種「玩法」。我由原本的一頭霧水直到總算能理解整個運算思路，給我帶來了滿足感和成就感。過程中，當我們解出數學難題的每部分，腦袋雖有點疲憊，可是內心卻是激動不已，畢竟花了那麼多時間，絞盡腦汁小心翼翼地計算，終於得出了結果。當遇到頸瓶位時，面對眼前一堆圖，加上其中的數字、代數、符號，挑戰欲就慢慢燃起，會馬不停蹄地運算驗算，直至得出結果。同時，自己比人更早接觸這些未來將會學到的知識時，他日可以比人更深入理解，從而更容易解題，對未來的數學課都算是打下了一定基礎。從這次的專題研習，除了知識上的吸取，在團隊合作方面，只要組裡有人不懂某些程序，隊員都會為他講解和共同處理問題。

第 10 章 參考資料

1. 李文漢著《趣味題與簡捷解》，P.115-119（三角板下趣題多），中國：河南科學技術出版社，1997
2. Step-by-Step Calculator:
3. 配方法：<http://mathseasy.hk/tag/%E9%85%8D%E6%96%B9%E6%B3%95/>
4. Completing the Square: <https://www.mathsisfun.com/algebra/completing-square.html>
5. Area of any polygon when the coordinates:
<https://www.mathopenref.com/coordpolygonarea.html>
6. Scatter (XY) Plot: <https://www.mathsisfun.com/data/scatter-xy-plots.html>
7. Introduction to Coordinate Geometry: <https://www.mathopenref.com/coordintro.html>
8. 座標：
<http://www.boyo.org.tw/boyo/images/stories/doc/teach/math/Junior/geometryC10.pdf>
9. Equation of Straight Line: https://www.mathsisfun.com/equation_of_line.html
10. Graphs of Functions:
<http://dl.uncw.edu/digilib/Mathematics/Algebra/mat111hb/functions/graphs/graphs.html>
11. Function Translations: http://www.purplemath.com/math_tutors.php
12. C.K. Kwun, M.W. Cheung, M.C. Choi, S.W. Chong, New Progress in Senior Mathematics (Compulsory Part) Book 4(Part 1&2), Hong Kong: Hong Kong Educational Publishing: 2009
13. K. C. Chan, C.M. Yeung, K.H. Yeung, Y.F. Kwok, H.Y. Cheung, F.C. Tong, Mathematics in Action Book 3A (3rd Edition), Chapter 4&5, Hong Kong: Pearson: 2016
14. K. C. Chan, C.M. Yeung, K.H. Yeung, Y.F. Kwok, H.Y. Cheung, F.C. Tong, Mathematics in Action Book 2A (3rd Edition), Chapters 2-4, Hong Kong: Pearson: 2016
15. K. C. Chan, C.M. Yeung, K.H. Yeung, Y.F. Kwok, H.Y. Cheung, F.C. Tong, Mathematics in Action Book 2B (3rd Edition), Chapter 7, 10&12, Hong Kong: Pearson: 2016