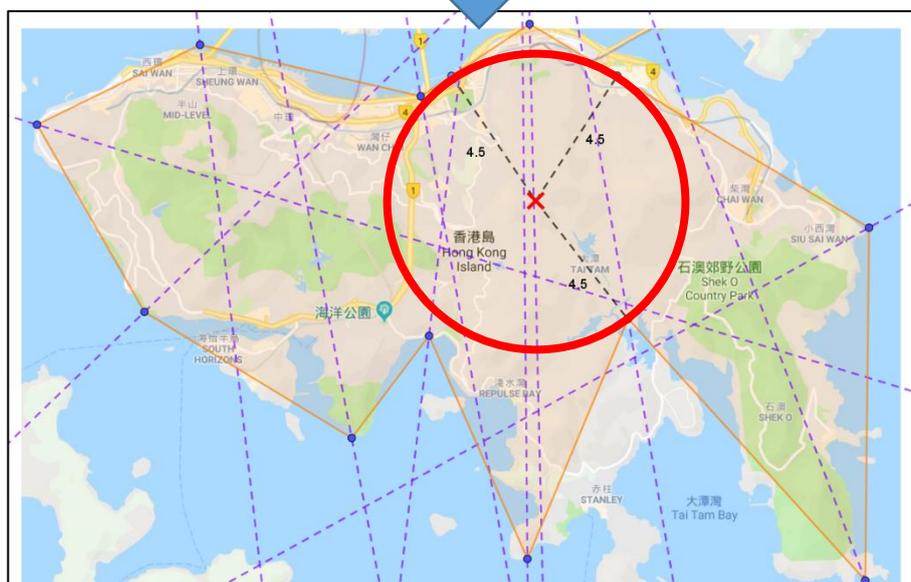
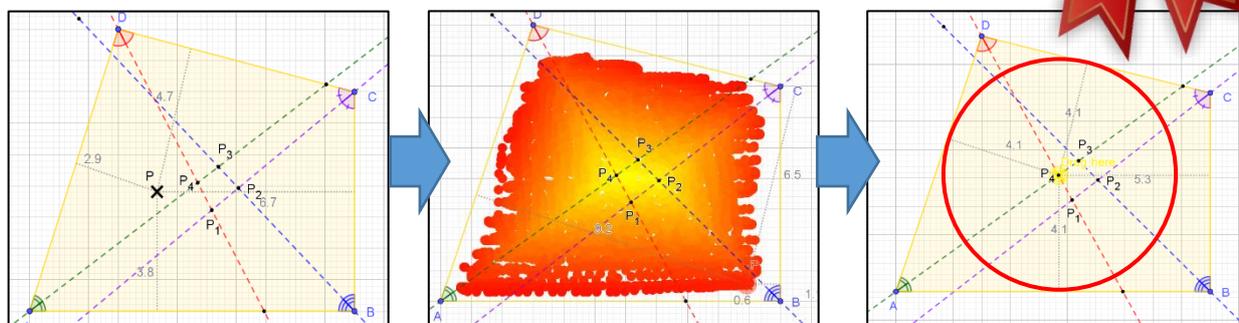


保良局何蔭棠中學 PO LEUNG KUK CELINE HO YAM TONG COLLEGE

2018-19 中學數學專題習作比賽



題目：多邊形內最大的圓

3A 鄭子銓	CHENG TSZ CHUEN	3A 何劍洪	HO KIM HUNG
3A 李潔盈	LI KIT YING	3A 蔡博慷	TSOI POK KONG

保良局何蔭棠中學

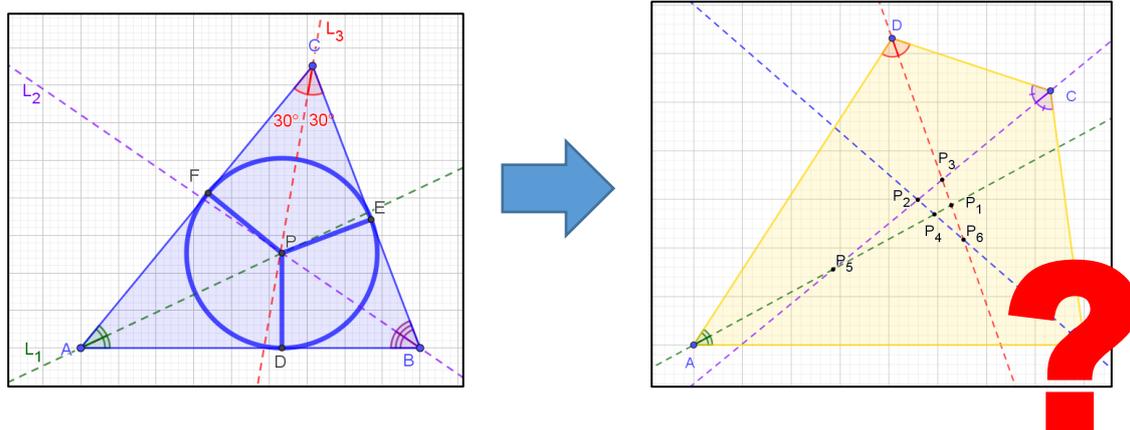
2018 – 2019 數學專題習作比賽

多邊形內最大的圓

1. 簡介	P. 3
2. 角平分線定理	P. 4
3. 多邊形內最大的圓	
(a) 三角形	P. 5
(b) 凸四邊形	P. 7
(c) 凹四邊形	P. 17
(d) 多邊形	P. 21
4. 難抵點之探究	P. 28
5. 延伸探究：垂直平分線定理及多邊形外最小的圓	P. 38
6. 參考資料	P. 45

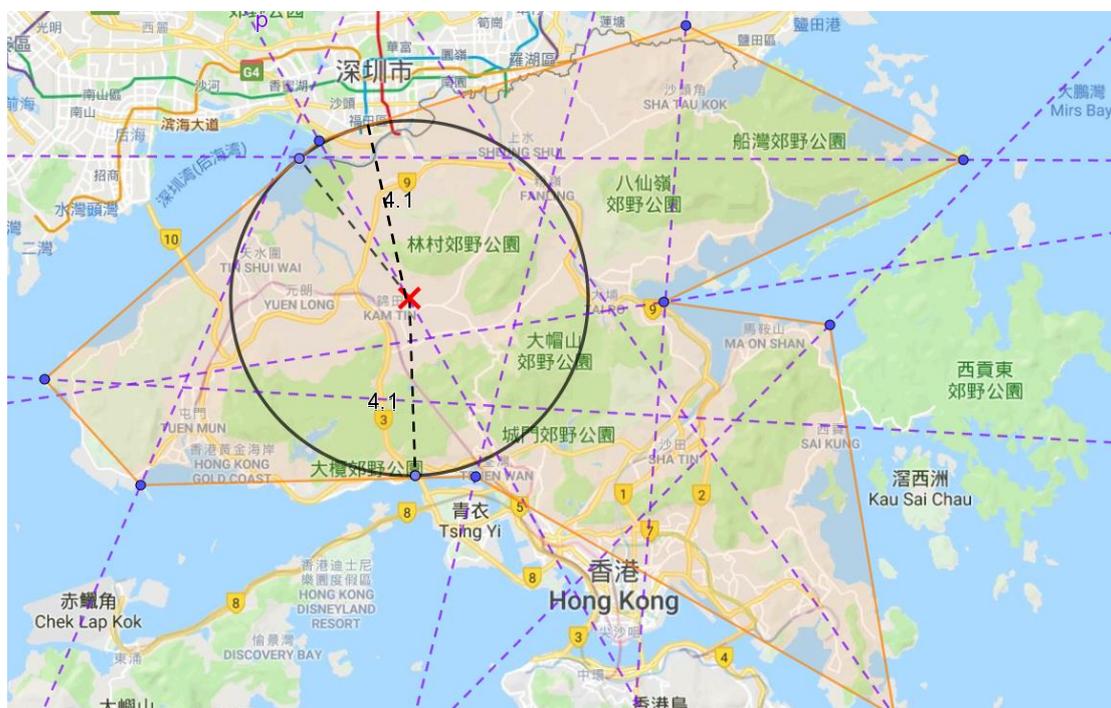
1. 簡介

在中三課堂裏，我們學到了有關三角形內切圓的知識。有關知識能否推廣至四邊形甚至是不同形狀的凹凸多邊形？

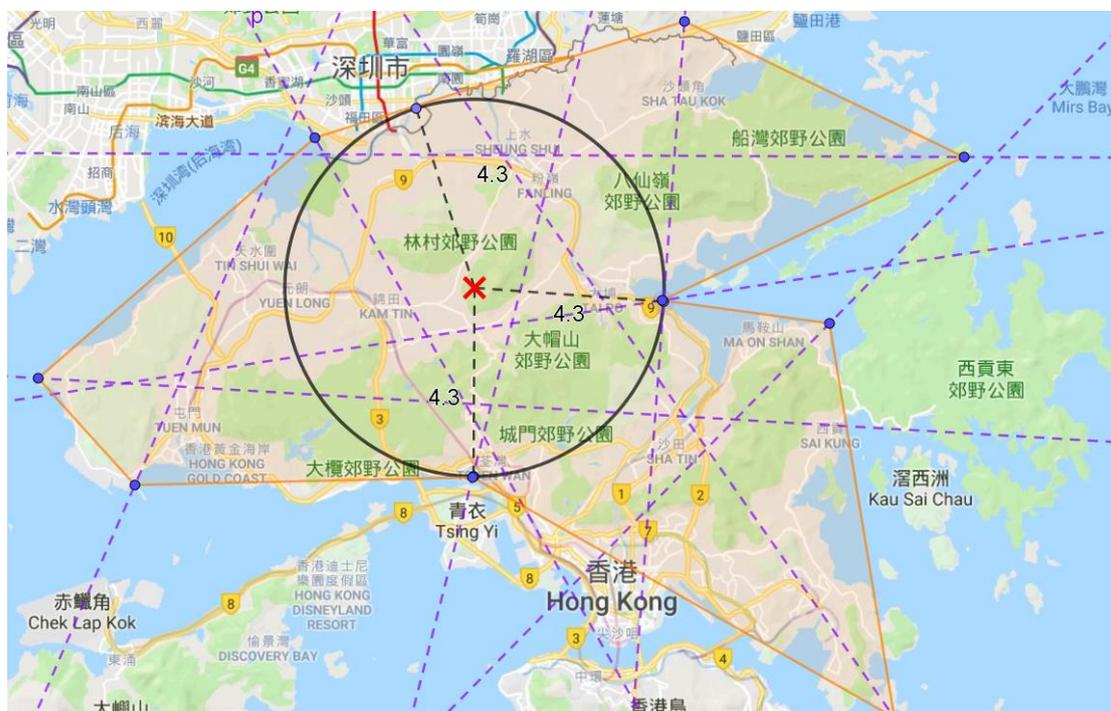


在三角形中，我們清楚知道內心的位置，但多邊形則未必會有內心。我們希望能藉著探究多邊形的角平分線交點，從而找出多邊形內最大可能圓形的圓心位置。

我們在其中一條角平分線上的一點作圓心，構作了一個在這九邊形內的圓，它與九邊形三邊相切：



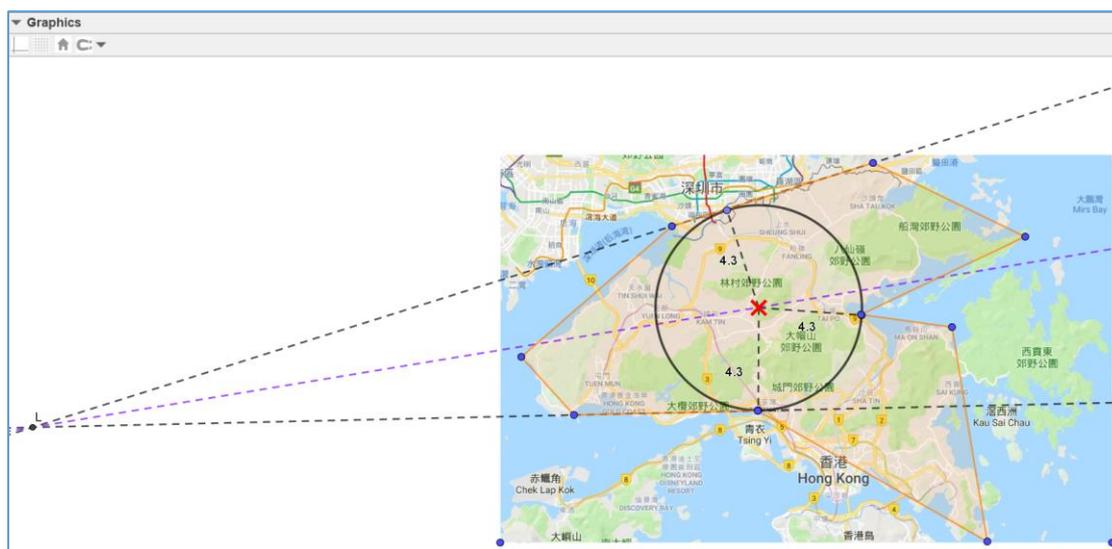
但是我們稍後卻發現在這九邊形內的最大可能圓的圓心並不在圖中任何角平分線上！



不過我們細心觀察，便發現此圓與九邊形其中兩邊仍是相切，故將該兩邊延長並相交於一點，並於該點作角平分線，該圓的心仍是位於角平分線上。但此時我們卻找不到另一條角平分線能經過圓心。

我們留意到這個圓只與多邊形其中兩邊相切，其中一條半徑則連接著九邊形的其中一個頂點。因這個圓形不是與多邊形三邊相切，因此我們便找不到另一條角平分線能經過圓心。

但藉著我們於 GeoGebra 中驗證，此圓是九邊形內的最大可能圓：



故此，我們得知九龍及新界的難抵點位於林村 (約 23.45° N, 114.11° E)。

透過難抵點的探究，我們發現要找出凹多邊形 (尤其是邊數大於 5) 內最大可能圓的圓心較我們想像中更複雜，因為該圓未必會多邊形三邊相切。因此我們認為我們要更正於上一節中所推論的結果：

「於任意凸多邊形 (不論凹凸)，考慮多邊形內角的角平分線 及/或 多邊形每邊延長構成的交角的角平分線，以這些角平分線的其中一個交點作為圓心，便能構作出一個位於多邊形內的最大可能的圓。」

至於凹多邊形 (邊數大於 5) 內最大可能圓的探究，我們或會於日後再作探究。

6. 參考資料

Wiki：難抵極

https://en.wikipedia.org/wiki/Pole_of_inaccessibility

Esri (Environmental Systems Research Institute) : Finding the Most Remote Locations on Earth

<https://medium.com/@Esri/finding-the-most-remote-locations-on-earth-64d6d9aff7a>

ETtoday 生活：台灣「難抵極」在哪？

<https://www.ettoday.net/news/20170110/846150.htm#ixzz5iZtdgSkf>